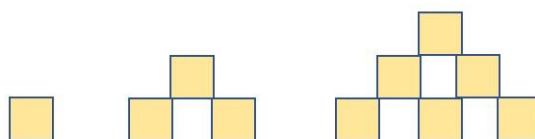


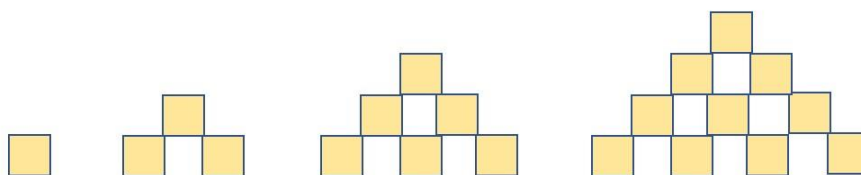
Cukrové posloupnosti – řešení

Ve videu si moderátor staví z kostek cukru v prostoru různé stavby. Protože se naše stavby budou podle určitých pravidel postupně zvětšovat, budeme si pro jistotu kostky cukru pokládat do roviny na stůl ☺. Zakreslovat kostky cukru budeme pomocí žlutých čtverečků.

- 1) Na obrázku jsou zakresleny první tři stavby z kostek cukru, které vznikly podle následujícího pravidla: Počet kostek v dolní řadě je roven pořadí stavby (například třetí stavba má v dolní řadě tři kostky). Každá další řada má o jednu kostku méně, v nejvyšší řadě je jedna kostka cukru.



- a) Zakreslete čtvrtou stavbu a určete pro jednotlivé stavby celkový počet použitých kostek cukru p_1, p_2, p_3, p_4 .
- b) Nalezněte obecný vztah p_n pro celkový počet kostek cukru pro n -tou stavbu.
- a) V první stavbě byla použita jedna kostka, ve druhé stavbě byly použity tři kostky ($p_2 = 1 + 2 = 3$), ve třetí stavbě šest kostek ($p_3 = 1 + 2 + 3 = 6$), ve čtvrté 10 kostek cukru ($p_4 = 1 + 2 + 3 + 4 = 10$).



- b) Pro celkový počet kostek v n -té stavbě platí

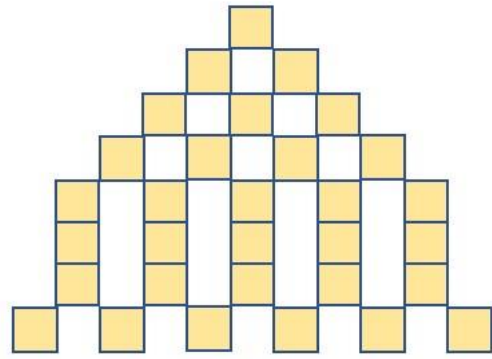
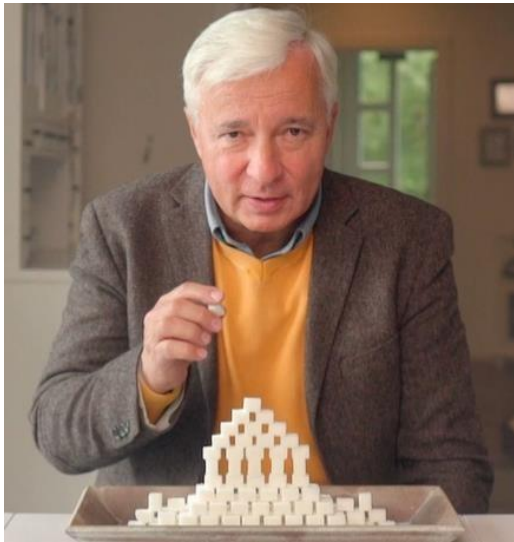
$$p_n = 1 + 2 + 3 + \dots + (n - 2) + (n - 1) + n.$$

Jedná se o součet prvních n členů aritmetické posloupnosti s diferencí $d = 1$ a s prvním

$$n \cdot (n+1)$$

členem $a_1 = 1$, proto $p_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$.

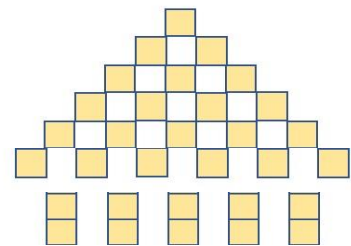
- 2) Na obrázku je žlutými čtverečky zakreslena stavba, kterou si ve videu postavil moderátor.



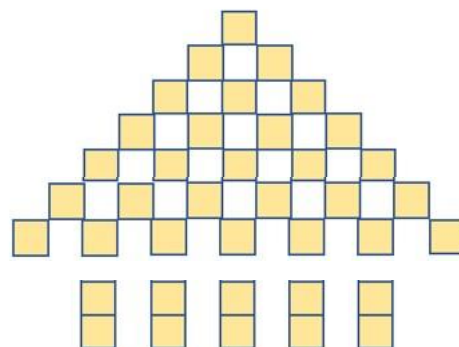
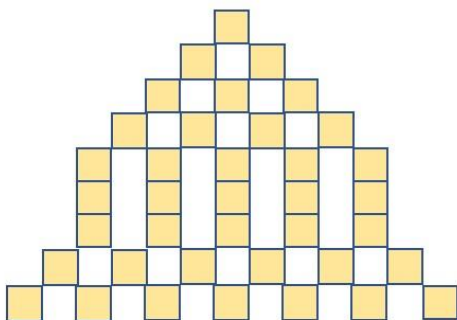
- Zapište celkový počet kostek cukru v této stavbě d_1 s využitím některého z celkového počtu kostek, které jsme určili v první úloze ($p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_n$).
- Druhá stavba vznikne tak, že kostky cukru přidáme do nové řady pod nejdelší řadu první stavby a použijeme o jednu kostku víc, než bylo v této řadě (u druhé stavby přidáme tedy sedm kostek). Zapište celkový počet kostek cukru v druhé stavbě d_2 s využitím některého z celkového počtu kostek, které jsme určili v první úloze ($p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_n$).
- Nalezněte obecný vztah pro celkový počet kostek cukru pro n -tou stavbu d_n s využitím některého z počtu kostek, které jsme určili v první úloze ($p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_n$), jestliže kostky cukru vždy přidáme do nové řady pod nejdelší řadu předchozí stavby a použijeme o jednu kostku víc, než bylo v této řadě.

- Když přesuneme kostky v první stavbě tak, jak je zakresleno vpravo, je zřejmé, že můžeme celkový počet kostek cukru zapsat

$$d_1 = p_6 + 10.$$



- Do druhé stavby přidáme sedm kostek. Opět můžeme kostky přesunout.



Celkový počet kostek cukru ve druhé stavbě: $d_2 = p_7 + 10$.

c) Celkový počet kostek cukru v n -té stavbě: $d_n = p_{n+5} + 10$.



Autoři: Eduard Fuchs, Pavel Tlustý, Eva Zelendová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [<https://creativecommons.org/choose/?lang=cs>].

