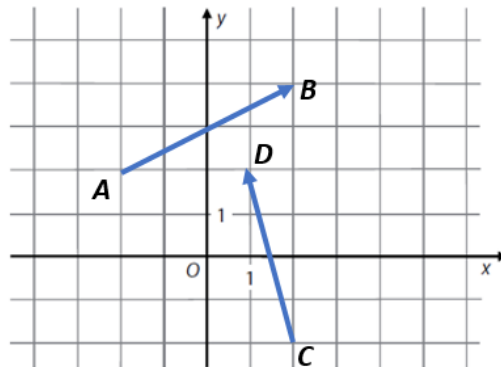


# Úvod do analytické geometrie – vektory

1. V rovině jsou umístěny vektory  $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$  a  $\vec{c} = \overrightarrow{CD}$ .  $A, B, C, D$  jsou mřížové body.



Určete souřadnice vektorů  $\vec{u}$ ;  $\vec{v}$ ;  $\vec{w}$  tak, aby byly splněny dané podmínky:

- $\vec{u} = 2\vec{a}$
- $\vec{v} = \vec{a} + \vec{c}$
- $\vec{w} \cdot \vec{a} = 0$  a zároveň  $|\vec{w}| = \sqrt{80}$ .

Nejprve určíme souřadnice bodů  $A, B, C, D$  a vektorů  $\vec{a}$  a  $\vec{c}$ :

$$A[-2; 2]; B[2; 4]; C[2; -2]; D[1; 2]$$

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} = B - A = (2 + 2; 4 - 2) = (4; 2)$$

$$\vec{c} = \overrightarrow{CD} = D - C = (1 - 2; 2 + 2) = (-1; 4)$$

$$\text{a) } \vec{u} = 2\vec{a} = (2 \cdot 4; 2 \cdot 2) = (8; 4)$$

$$\text{b) } \vec{v} = \vec{a} + \vec{c} = (4 - 1; 2 + 4) = (3; 6)$$

$$\text{c) } \vec{w} \cdot \vec{a} = w_1 \cdot 4 + w_2 \cdot 2 = 0 \quad (1)$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{w_1^2 + w_2^2} = \sqrt{80} \quad (2)$$

Budeme řešit soustavu dvou rovnic pro dvě neznámé. Z rovnice (1) vyjádříme např.  $w_2$  a dosadíme do umocněné rovnice (2). Dopočítáme  $w_1$ .

$$2 \cdot w_2 = -4 \cdot w_1$$

$$w_2 = -2 \cdot w_1 \quad (3)$$

$$\sqrt{w_1^2 + w_2^2} = \sqrt{80}$$

$$w_1^2 + w_2^2 = 80$$

$$w_1^2 + (-2 \cdot w_1)^2 = 80$$

$$w_1^2 + 4 \cdot w_1^2 = 80$$

$$5 \cdot w_1^2 = 80$$

$$w_1^2 = 16$$

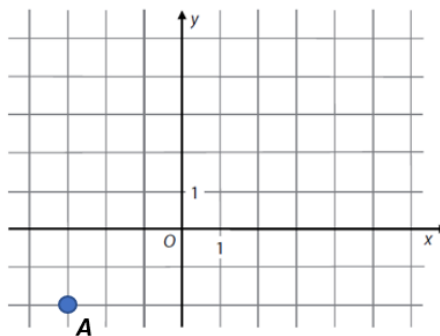
$$w_1 = \pm 4$$

Dosazením do rovnice (3) určíme souřadnice dvou vektorů  $(4; -8)$  a  $(-4; 8)$ . Ověříme dosazením do rovnic (1) a (2), že oba vektory vyhovují zadaným podmínkám.

Poznámka: Abychom se vyhnuli složitějšímu řešení soustavy dvou rovnic, můžeme využít následující postup. Vidíme, že podmínku  $w_1 \cdot 4 + w_2 \cdot 2 = 0$  splňuje např. vektor  $(-1; 2)$ . Délka vektoru  $(-1; 2)$  je  $\sqrt{5}$ . Hledaný vektor má mít délku  $\sqrt{80}$ , což je 16krát víc. Souřadnice hledaného vektoru musí být tedy 4krát větší než souřadnice vektoru  $(-1; 2)$ , tj. hledaný vektor je  $(-4; 8)$  a vektor k němu opačný.

2. V kartézské soustavě souřadnic  $Oxy$  je v mřížovém bodě umístěn bod  $A$ . Dále platí:

$$\overrightarrow{AB} = (5; 1) \text{ a } \overrightarrow{AC} = (5; 5).$$



Určete vzdálenost bodu  $A$  od přímky  $BC$ .

Nejprve určíme souřadnice bodů  $A, B, C$ :

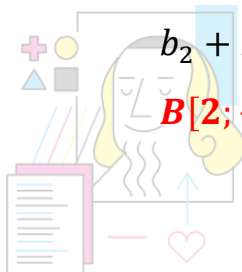
$$A[-3; -2]$$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (b_1 + 3; b_2 + 2) = (5; 1)$$

$$b_1 + 3 = 5; b_1 = 2$$

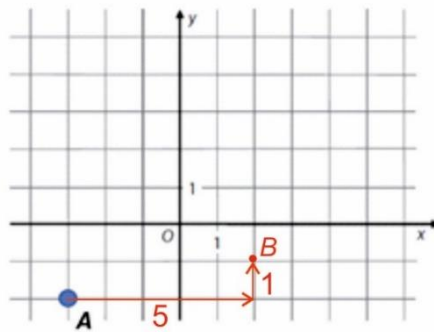
$$b_2 + 2 = 1; b_2 = -1$$

$$B[2; -1]$$



Souřadnice bodu  $B$  můžeme získat bez počítání pomocí soustavy souřadnic, když zakreslíme vektor  $\vec{AB} = (5; 1)$  následující způsobem:

Z bodu  $A$  „udělám 5 kroků“ doprava rovnoběžně s osou  $x$  a potom „jeden „krok“ nahoru rovnoběžně s osou  $y$ .



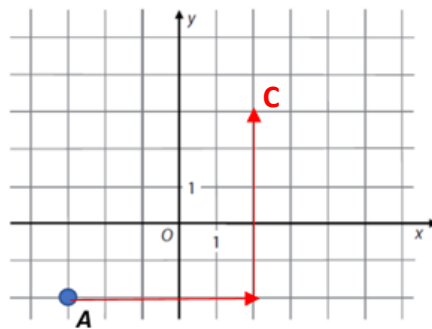
Souřadnic bodu  $C$  určíme analogicky výpočtem nebo pomocí soustavy souřadnic:

$$\vec{AC} = C - A = (c_1 + 3; c_2 + 2) = (5; 5)$$

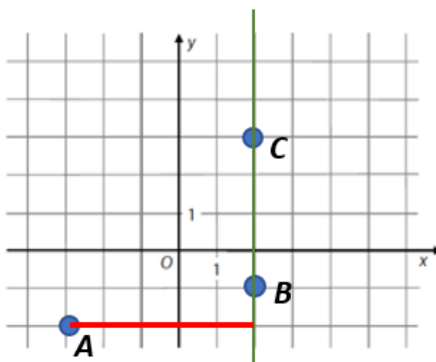
$$c_1 + 3 = 5; c_1 = 2$$

$$c_2 + 2 = 5; c_2 = 3$$

$$C[2; 3]$$



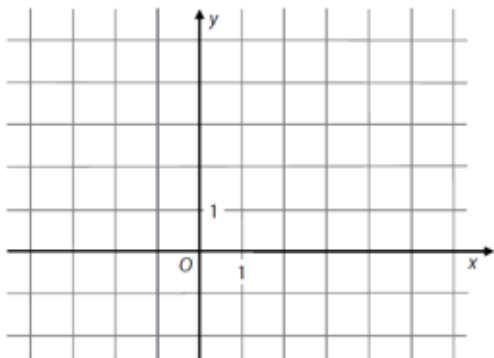
Když zakreslíme body  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a vyznačíme přímku  $BC$ , určíme vzdálenost bodu  $A$  od přímky  $BC$  přímo z obrázku (na obrázku vyznačeno červeně). Tato vzdálenost je rovna pěti.



3. V trojúhelníku  $ABC$  je dáno:

$$A[-4; -2]; C[-1; 3]; \overrightarrow{AB} = \vec{a} = (5; 2)$$

a) Zakreslete trojúhelník  $ABC$  do kartézské soustavy souřadnic.



b) Určete souřadnice středu  $S$  strany  $AC$ .

a) Nejprve určíme souřadnice bodu  $B$  (výpočtem nebo pomocí soustavy souřadnic), poté zakreslíme trojúhelník.

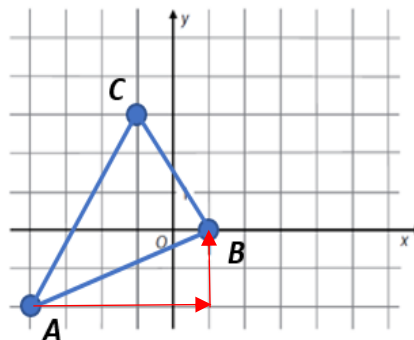
$$A[-4; -2]$$

$$\overrightarrow{AB} = B - A = (b_1 + 4; b_2 + 2) = (5; 2)$$

$$b_1 + 4 = 5; b_1 = 1$$

$$b_2 + 2 = 2; b_2 = 0$$

$$B[1; 0]$$



b) Střed  $S$  strany  $AC$ :

$$S \left[ \frac{-4 - 1}{2}; \frac{-2 + 3}{2} \right]$$

$$S \left[ -\frac{5}{2}; \frac{1}{2} \right]$$



Autoři: Eduard Fuchs, Pavel Tlustý, Eva Zelendová

Toto dílo je licencováno pod licencí Creative Commons [CC BY-NC 4.0]. Licenční podmínky navštivte na adrese [https://creativecommons.org/choose/?lang=cs].

